(Izvorni znanstveni članak)

Omar Mahmutović[1]

IDEJA LOGIČKOG HEKSAGONA

Sažetak

Logički heksagon opozicije je minimalna struktura koja eksplicira cjelokupnu mrežu opozicijskih relacija između logičkih iskaza i kao takav predstavlja nastavak i dovršenje projekta koji je Aristotel započeo kombinatorikom sudova prema kvaliteti i kvantitetu, a formalizirana sekvenca te ideje je izražena logičkim kvadratom. Kvadrat registrira četiri relacije, ali ostavlja neodređenim situacije u kojima obje kontrarne tvrdnje budu lažne ili obje subkontrarne budu istinite. Heksagon eksplicira upravo te situacije uvođenjem Y i U, čime se opozicijska struktura zatvara. Teza članka afirmira stav da logički heksagon predstavlja suštinsku eksplikaciju samog kvadrata. Kroz detaljnu analizu razvoja logičke geometrije postaje jasno da heksagon u potpunosti osvjetljava unutrašnju strukturu koju kvadrat sadrži u implicitnom obliku. Ova analiza omogućava da se osnovne relacije kvadrata misle unutar šireg i koherentnijeg okvira. Na taj način logički heksagon kao konstrukcija služi kao nužno pojmovno razjašnjenje i ilustracija geometrijske reprezentacije logičkih odnosa.

Ključne riječi: logički kvadrat, logički heksagon, modalnost, geometrijska logika.

[1] Univerzitet u Sarajevu – Filozofski fakultet, omar.mahmutovic@ff.unsa.ba, https://orcid.org/0009-0003-5343-411X

Omar Mahmutović[2]

THE IDEA OF THE LOGICAL HEXAGON

Abstract

The logical hexagon of opposition is the minimal structure that explicates the entire network of oppositional relations between logical propositions. As such, it represents the continuation and completion of the project initiated by Aristotle through the combinatorics of judgments according to quality and quantity, a conceptual sequence formally expressed by the logical square. While the square registers four relations, it leaves unarticulated the situations in which both contrary assertions are false or both subcontrary assertions are true. The hexagon explicates these precise instances by introducing the Y and U nodes, thereby closing the oppositional structure. The thesis of this article affirms that the logical hexagon constitutes an essential explication of the square itself. Through a detailed analysis of the development of logical geometry, it becomes clear that the hexagon articulates and fully illuminates the internal structure that the square contains in an implicit form. This analysis allows the fundamental relations of the square to be conceived within a broader and more coherent framework. In this manner, the logical hexagon as a construction serves as a necessary conceptual clarification and illustration of the geometric representation of logical relations.

Keywords: logical square, logical hexagon, modality, geometric logic.

[2] University of Sarajevo - Faculty of Philosophy, omar.mahmutovic@ff.unsa.ba, https://orcid.org/0009-0003-5343-411X

Uvodna razmatranja

Odnos između logičkih struktura i geometrijskih figura jedan je od najstarijih i najpostojanijih motiva u historiji logike. Aristotelova teorija opozicije, objašnjena u *De Interpretatione*[3] i tematizirana u kasnoantičkoj tradiciji kroz takozvani kvadrat opozicije, jeste istovremeno logička doktrina i geometrijska konstrukcija. Četiri iskaza raspoređena u četiri vrha kvadrata, povezana relacijama kontradikcije, kontrarnosti, subkontrarnosti i subalternacije. Činjenica da se logički odnosi daju prostorno predstaviti, da kontradikcija zauzima dijagonalu, da kontrarnost zauzima gornju stranicu, da subalternacija zauzima vertikale, upućuje na vezu između logičke strukture i geometrijskog poretka. Moretti navodi:

> „Uprkos onome što se čini kao osuda opozicionih figura (uključujući matematički zadivljujući logički heksagon) od strane većine analitičkih filozofa, neki ljudi su se ipak pozabavili pitanjem mogućih primjena logičkog heksagona. To su, *in primis*, učinili upravo njegovi pronalazači, Sesmat i Blanché, koji su bili epistemolozi i logičari."[4]

Béziau u tom pogledu identificira tri ključna historijska koraka u razvoju te veze: Aristotel (4. st. pr. n. e.), koji utemeljuje teoriju opozicije i prelazi dihotomiju, Apulej (2. st. n. e.), koji otkriva moć dijagramatskog prikaza logičkih odnosa, te Blanché (20. st.), koji dovršava konstrukciju logičkog heksagona.[5]

Ta veza je predmet onoga što se u savremenoj literaturi naziva logičkom geometrijom: sistematskog istraživanja načina na koji se logičke relacije postavljaju, klasificiraju i generaliziraju putem geometrijskih struktura. Moretti tu vezu prepoznaje kao polazište čitavog istraživačkog programa, ističući da se cjelokupno istraživanje sastoji u otkrivanju i geometrijskom uređivanju beskonačnog broja varijacija tradicionalne kvadratne strukture.[6] Od 2004. godine, taj program se razvio u zasebnu granu matematike i logike koja se naziva opozicijskom geometrijom ili teorijom *n*-

[3] Aristotel u *De Interpretatione* raspravlja o kombinatorici sudova prema kvalitetu, razlikujući afirmaciju (κατάφασις) i negaciju (ἀπόφασις) te prema kvantitetu razlikujući univerzalno (καθόλου) i partikularno (ἐν μέρει).
[4] Moretti, A. (2012) Why the Logical Hexagon? *Logica Universalis*, 6 (1–2), str. 76. Dostupno na: https://doi.org/10.1007/s11787-012-0045-x
[5] Béziau, J.-Y. (bez godine) *The Power of the Hexagon*. Prezentacija. Brazilian Science Foundation / CNPq – FUNCAP – UFC, slajd 2.
[6] Moretti, A. (2009) *The Geometry of Logical Opposition*. Doktorska disertacija. Neuchâtel: University of Neuchâtel, str. 2.

opozicije, disciplinu koja se bavi geometrijskim aspektima logičkih opozicija i koja je otvorila nove istraživačke perspektive.[7]

Logički kvadrat prikazuje tri temeljne vrste opozicije između logičkih sudova. Béziau ih pregledno razlaže ukazujući da je kvadrat opozicije način eksplikacije tri pojma opozicije: kontradikcije, kontrarnosti i subkontrarnosti.[8]

Kontradiktorni iskazi P i Q ne mogu biti istovremeno istiniti niti istovremeno lažni, odnosno oni se uzajamno isključuju u oba smjera. Kontrarni iskazi ne mogu biti istovremeno istiniti, ali mogu biti istovremeno lažni. Subkontrarni iskazi ne mogu biti istovremeno lažni, ali mogu biti istovremeno istiniti. Sam Aristotel je upravo na ovom terenu postavio temelje teorije opozicije, primjećujući da kontradiktorne i kontrarne rečenice ne moraju na isti način biti istinite ili lažne u isto vrijeme. Prostorni raspored tih odnosa u uglove kvadrata, povezane dijagonalama kontradikcije, jeste kasnija reprezentacija te teorije, koju kasnoantička tradicija razvija kroz takozvani kvadrat opozicije.[9]

Ovi odnosi počivaju na klasičnim pravilima dvovalentne logike, u kojoj vrijede zakoni kontradikcije i isključenog trećeg.[10] De Morganovi zakoni uređuju odnose logičkih operacija unutar kvadrata: $\neg(p \cdot q) \simeq \neg p \vee \neg q$; $\neg(p \vee q) \simeq \neg p \cdot \neg q$.[11] Matematička indukcija potvrđuje da ni u jednom modelu logike prvog reda ne mogu biti istiniti i p i ¬p.[12]

Kvadrat opozicije geometrijski postavlja ove odnose: A (univerzalno afirmativni) i O (partikularno negativni) stoje u kontradikciji; E (univerzalno negativni) i I (partikularno afirmativni) stoje u kontradikciji; A i E su kontrarni; I i O su subkontrarni.

Na nivou samog kvadrata javljaju se dva strukturalna problema koja anticipiraju potrebu za heksagonalnim proširenjem. Béziau ukazuje na to da I-ugao kvadrata nosi semantičku dvosmislenost: u matematici, „neki“ znači „neki, a možda i svi“ (tj. „barem jedan“), dok u prirodnom jeziku i empirijskim naukama „neki“ znači „neki, ali ne svi“.

[7]Moretti, A. (2012), str. 69.
[8]Béziau, J.-Y. (2012) The Power of the Hexagon. *Logica Universalis*, 6 (1–2), str. 3.
[9]Aristotel (2008) *Organon*. Zagreb: Demetra, 17b17–26.
[10]Kovač, S. (2004) *Logika*. Zagreb: Hrvatska sveučilišna naklada, str. 1.
[11]Kovač, S. (2004), str. 101.
[12]Kovač, S. (2004), str. 29.

Ta razlika između matematičkog i svakodnevnog semantičkog smisla partikularnog kvantifikatora jeste izvor „tragedije kvadrata“, kako je Béziau karakterizira: kvadrat je matematički, a Aristotel nije bio matematičar.[13]

Drugi problem tiče se O-ugla, koji je, kako Béziau primjećuje, čisto negativan. U svim interpretacijama kvadrata, O-pozicija se može izraziti samo negacijom: „ne-svi“, „ne-nužno“, „ne-obavezno“, „ne-uvijek“. Ta nominalna praznina implicira da kvadrat ne uspijeva konceptualno zatvoriti prostor opozicija. On ih prepoznaje, ali im ne daje potpuno pojmovno razjašnjenje.[14]

Kvadrat, dakle, ne objašnjava dvije logički realne situacije. Prva: šta se događa kada obje kontrarne tvrdnje (A i E) budu lažne? Kvadratom se prepoznaje da je ta situacija moguća, ali se ne pruža iskaz koji je adekvatno eksplicira. Druga: šta se događa kada obje subkontrarne tvrdnje (I i O) budu istinite? Ponovo, kvadrat bilježi tu mogućnost, ali ne pruža iskaz koji tu situaciju eksplicitno imenuje. Te dvije praznine jesu mjesta na kojima se kvadrat pokazuje kao ekspresivno nedovoljan. Ne pogrešan, ali nepotpun. Upravo te praznine popunjava logički heksagon.

Blanché-Sesmatov logički heksagon: struktura i ideja

Logički heksagon je proširenje logičkog kvadrata koje su nezavisno jedan od drugog otkrili Augustin Sesmat 1951. godine i Robert Blanché 1953. godine. Béziau elaborira tu vezu ukazujući da je heksagon opozicije poboljšanje kvadrata opozicije koje dugujemo Robertu Blanchéu.[15]

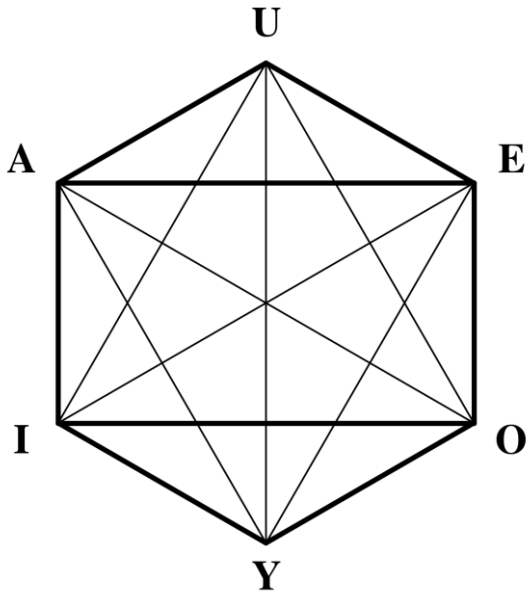
Blanchéovom otkriću[16] prethodilo je prepoznavanje da je trokut kontrarnosti, a ne kvadrat, možda primarnija struktura za postavljanje opozicija. Béziau ističe da su tu ideju nezavisno razvili Vasiljev u Rusiji (1890-ih, u kontekstu „imaginarne logike“), Jespersen

[13]Béziau, J.-Y. (bez godine), Prezentacija.
[14]Béziau, J.-Y. (bez godine), Prezentacija, slajd 21.
[15]Béziau, J.-Y. (2012), str. 1.
[16]Za izvorno izlaganje heksagonalne strukture i njenu sistematsku razradu vidi: Blanché, R. (1953) Sur l'opposition des concepts. *Theoria*, 19, str. 89–130; Blanché, R. (1966) *Structures intellectuelles: Essai sur l'organisation systématique des concepts*. Paris: Vrin.

u Danskoj (1920-ih, kao lingvist) i sam Blanché u Francuskoj (1950-ih, kao logičar). Sva trojica su primijetili da se mnoge opozicije prirodnije objašnjavaju kroz tri pojma (trihotomija) nego kroz dva (dihotomija): sve/ništa/neko, uvijek/nikad/ponekad, svugdje/nigdje/negdje, nužno/nemoguće/moguće.[17]

Moretti opisuje samo otkriće naglašavajući da je Blanché, nezavisno od Sesmata ali na vrlo sličan način, 1953. godine otkrio mogućnost kombiniranja tradicionalnog logičkog kvadrata i trokuta kontrarnosti u novi logički heksagon.[18]

Ključni strukturalni pomak od kvadrata do heksagona sastoji se u dodavanju dva nova vrha: U na vrh (disjunkcija A i E) i Y na dno (konjunkcija I i O). Moretti to eksplicira ističući da je Blanché otkrio da logički kvadrat, s pridodavanjem ovih dvaju novih pozicija (jedne, U, na vrhu i jedne, Y, na dnu), može i mora biti zamijenjen cjelovitim logičkim heksagonom.[19] Kvadrat funkcionira na principu dihotomije, a heksagon uvodi trihotomiju: tri kontrarna iskaza (A, E, Y) koji formiraju gornji trokut i tri subkontrarna iskaza (I, O, U) koji formiraju donji trokut.



Slika 1. Logički heksagon opozicije (prema Blanché, 1953)

[17]Béziau, J.-Y. (bez godine), Prezentacija, slajdovi 22–23.
[18]Moretti, A. (2009), str. 139.
[19]Moretti, A. (2012), str. 75.

Logički operatori koji generiraju strukturu heksagona jesu konjunkcija i disjunkcija. U klasičnoj logici, konjunkcija (·) je istinita samo u slučaju u kojem su svi konjunkti istiniti, a disjunkcija (∨) je istinita kada je barem jedan od disjunkata istinit. Y je konjunkcija dvaju partikularnih iskaza: „neki x jesu P“ i „neki x nisu P“, dakle, izražava situaciju u kojoj postoje i pozitivni i negativni slučajevi istovremeno. U jeste disjunkcija dvaju univerzalnih iskaza: „svi x jesu P“ ili „nijedan x nije P“, dakle, formulira situaciju u kojoj vrijedi jedna ili druga univerzalna tvrdnja. Oba iskaza su logički realna i pojmovno neophodna, ali u logičkom kvadratu nemaju vlastitu poziciju.

Rezultat je struktura od šest vrhova i petnaest relacija: tri kontradiktornosti (A-O, E-I, U-Y), tri kontrarnosti (A-E-Y), tri subkontrarnosti (I-O-U) i šest subalternacija (A→I, A→U, E→O, E→U, Y→I, Y→O). Moretti s pravom primjećuje da je rezultat figura koja je istovremeno logički i geometrijski izuzetna, „čudnovata, a opet lijepa, visoko simetrična matematička figura koja na tajanstven način ispreplići fundamentalna logička i geometrijska svojstva“.[20]

Heksagon time predstavlja konceptualni okvir koji je precizniji od standardnog načina mišljenja. Béziau primjećuje da upravo ta sofisticiranost objašnjava zašto nemamo prirodna imena za sve pojmove koji se u heksagonu pojavljuju. Iz heksagona se derivira pojmovni okvir koji je složeniji od ustaljenog načina razmišljanja, pa stoga i ne iznenađuje što za sve pojmove koji se u njemu pojavljuju ne postoje prirodni nazivi.[21]

To zapažanje nosi značajnu filozofsku težinu: heksagon otkriva logičke pozicije koje su konstitutivne za cjelokupnu mrežu opozicija, ali za koje prirodni jezik nema gotove nazive.

Interpretacije heksagona: kvantifikacijska, modalna, deontička

Snaga heksagonalne strukture pokazuje se u činjenici da se identična geometrija relacija pojavljuje u različitim logičkim domenima. To upućuje na zaključak da heksagon izražava formu opozicije kao takve, neovisno o konkretnom sadržaju koji popunjava njegove vrhove.

[20]Moretti, A. (2012), str. 69.
[21]Béziau, J.-Y. (2012), str. 20.

Kvantifikacijska interpretacija

U klasičnoj kvantifikacijskoj interpretaciji, koja je i historijski primarna, šest vrhova heksagona zauzimaju: A = „svi x jesu P“, E = „nijedan x nije P“, I = „neki x jesu P“, O = „neki x nisu P“ (tj. „ne-svi x jesu P“), Y = „neki x jesu P i neki x nisu P“, U = „svi x jesu P ili nijedan x nije P“. Gornji trokut (A, E, Y) afirmira tri kontrarne pozicije: svaka isključuje ostale dvije, ali sve tri mogu biti lažne. Donji trokut (I, O, U) izražava tri subkontrarne pozicije: svaka je kompatibilna s ostale dvije, ali sve tri ne mogu biti lažne. Tri dijagonale (A-O, E-I, U-Y) izražavaju kontradikcije.

Ova interpretacija pokazuje da Y „postoje i pozitivni i negativni slučajevi“ je logički realna pozicija koju kvadrat ne zahvata, premda je u svakodnevnom zaključivanju izuzetno česta. Tvrdnja „neki studenti su položili ispit, a neki nisu“ jeste upravo Y-pozicija za koju kvadrat nema predviđeno mjesto.

Pored primarne funkcije u shvatanju tradicionalnih i suvremenih kvantifikatora ($\forall$, $\forall\neg$, $\exists$, $\exists\neg$) unutar kategoričkih sudova, Sesmat i Blanché su pokazali da logički heksagon posjeduje znatno širi doseg primjene. Njegova strukturalna snaga se očituje u teoriji poretka[22], gdje na precizan način eksplicira relacije stroge i blage nejednakosti ($>$, $\geq$, $<$, $\leq$) te jednakosti i nejednakosti ($=$, $\neq$). Uz to, heksagon se pokazuje kao neophodan alat u aletičkoj modalnoj logici, gdje definira odnose između operatora nužnosti ($\Box$), mogućnosti ($\Diamond$) i njihovih negacija.[23]

Modalna interpretacija

Heksagon i kvadrat u svojoj osnovi ekspliciraju odnose u modalnoj logici, odnose između mogućeg, nemogućeg, nužnog i kontingentnog. Moretti naglašava da je modalna logika drugo veliko područje primjene logičkog kvadrata, ističući da modalna logika omogućava kalkulacije nad interpretiranim pojmovima kao što su modalnosti mogućeg i nemogućeg.[24] Uspostavljanje semantike mogućih svjetova unutar modalne logike omogućilo je da se modalna svojstva poput nužnosti i mogućnosti izračunavaju putem

[22]Pod teorijom poretka podrazumijevamo matematičku teoriju relacija uređenja (parcijalni poredak, rešetke), unutar koje se subalternacija interpretira kao implikacijski poredak nad iskazima a vrhovi U i Y kao supremum i infimum te strukture. Za algebarsko i geometrijsko objašnjenje opozicijskih struktura usp. Moretti, A. (2009); za rešetkasto-booleovsko čitanje aristotelovskih dijagrama usp. Smessaert, H. (2012).
[23]Moretti, A. (2012), str. 76.
[24]Moretti, A. (2009), str. 110.

kvantifikacije, čime se direktno opravdava primjena heksagonalne strukture na modalne operatore:

> „Ovi problemi su riješeni razvojem ‚semantike mogućih svjetova ‘(od strane Kripkea, Kangera, Hintikke, Guillaumea i drugih), gdje je uvođenje pojma ‚mogući svijet ‘ponudilo novi opseg za kvantifikaciju: modalna svojstva logičke propozicije u datom svijetu izračunavaju se istinitosnofunkcionalno putem kvantifikacije nad mogućim svjetovima (*grosso modo*, mogućnost u jednom svijetu logički je ekvivalentna istinitosti u nekom svijetu, dok je nužnost u jednom svijetu logički ekvivalentna istinitosti u svim svjetovima).”[25]

Sam Aristotel je postavio temelje za modalnu interpretaciju, primjećujući da rečenice „moguće je da ovo postoji“ i „moguće je da ovo ne postoji“ mogu obje biti istinite.[26] Aristotel naglašava da dvije kontrarno suprotne propozicije mogu biti istinite u isto vrijeme.[27]

U modalnoj interpretaciji heksagona, šest vrhova zauzimaju: A = nužno ($\Box p$), E = nemoguće ($\Box \neg p$), I = moguće ($\Diamond p$), O = ne-nužno ($\Diamond \neg p$), Y = kontingentno ($\Diamond p \wedge \Diamond \neg p$), U = ne-kontingentno ($\Box p \vee \Box \neg p$). Kontingentnost (Y), činjenica da je nešto moguće ali ne i nužno, jeste pozicija koju kvadrat ne izražava *explicite*. Heksagon tu dvosmislenost objašnjava upravo kroz dodavanje vrhova, a Béziau primjećuje da se u oba slučaja modalnih heksagona ime I-ugla čuva, dok se za Y-ugao bira dodatni naziv.[28]

Kontingentnost i ne-kontingentnost su kontradiktorni (U-Y dijagonala), jednako kao nužnost i ne-nužnost (A-O), te nemogućnost i mogućnost (E-I). Dva trokuta se čuvaju: nužno, nemoguće i kontingentno su kontrarni (gornji trokut); moguće, ne-nužno i ne-kontingentno su subkontrarni (donji trokut).

Deontička interpretacija

U deontičkoj interpretaciji, šest vrhova zauzimaju: A = obavezno, E = zabranjeno, I = dopušteno, O = ne-obavezno (fakultativno), Y = indiferentno (ni obavezno ni zabranjeno), U = normativno određeno (obavezno ili zabranjeno). Struktura se čuva: obavezno i zabranjeno su kontrarni (ne mogu oba vrijediti, ali nijedan ne mora, ponašanje može biti indiferentno). Dopušteno i ne-obavezno su subkontrarni (barem jedno od toga

[25]Moretti, A. (2009), str. 97–98.
[26]Aristotel (2008), str. 127.
[27]Aristotel (2008), 109b.
[28]Béziau, J.-Y. (2012), str. 19.

mora vrijediti). Obavezno i ne-obavezno su kontradiktorni, jednako kao zabranjeno i dopušteno te normativno determinirano i indiferentno.

Deontička interpretacija ima poseban značaj jer pokazuje da heksagon eksplicira pozicije koje su za normu konstitutivne, ali koje često ostaju nedorečene. Indiferentnost (Y), situacija u kojoj neka radnja nije ni obavezna ni zabranjena, je normativno realna pozicija koja u dualizmu obavezno/zabranjeno nema mjesto. Razlikovanje konstitutivnih normi, koje reguliraju same uvjete mogućnosti neke prakse, i direktivnih normi, koje usmjeravaju djelovanje unutar već konstituirane prakse, može se geometrijski približiti upravo heksagonalnom strukturom. Konstitutivne norme zauzimaju gornji trokut kontrarnosti (ekskluzivne, determinativne), a direktivne norme zauzimaju donji trokut subkontrarnosti (kompatibilne, fakultativne).

Metalogički heksagon

Béziau pokazuje da je heksagon ujedno i metalogički, odnosno da opisuje opozicijske odnose među samim temeljnim pojmovima logike. U metalogičkom heksagonu, šest vrhova zauzimaju: tautologija i antilogija (kontrarni gornji trokut), satisfakcija i pobijanje (subkontrarni donji trokut), apsurdnost na vrhu (U-pozicija: ili tautologija ili antilogija) i smislenost na dnu (Y-pozicija: i satisfakcija i pobijanje). Ovaj heksagon eksplicira strukturu koja leži u osnovi svakog logičkog sistema: odnos između istinitosti u svim modelima (tautologija), lažnosti u svim modelima (antilogija) i istinitosti u nekim modelima (satisfakcija).[29]

Pored toga, Béziau konstruira heksagone i na razini propozicionalne logike, gdje $p \cdot q$ i $\neg(p \vee q)$ stoje u kontrarnosti, $p \vee q$ i $\neg(p \cdot q)$ u subkontrarnosti, a $p \leftrightarrow q$ (ekvivalencija) i $\neg(p \leftrightarrow q)$ (ekskluzivna disjunkcija) formiraju kontradikciju na U-Y dijagonali. Ovi primjeri potvrđuju da heksagonalna struktura nije ograničena na kvantifikacijsku logiku, već se pojavljuje svuda gdje postoje odnosi kontrarnosti, subkontrarnosti i kontradikcije.[30]

Činjenica da se identična heksagonalna struktura pojavljuje u kvantifikacijskoj, modalnoj, deontičkoj i metalogičkoj interpretaciji potvrđuje da heksagon artikulira formu

[29]Béziau, J.-Y. Prezentacija, slajdovi 70–73.
[30]Moretti naglašava da je upravo ova „univerzalnost“ heksagonalne strukture ključni argument za *n*-dimenzionalnu logičku geometriju. Vidi više: Moretti, A. (2012), str. 87.

opozicije kao takve, neovisno o konkretnom logičkom domenu. To je upravo ono što Béziau ima na umu kada tvrdi da se teorija heksagona može sistematski razvijati i generalizirati.[31]

Heksagon kao eksplikacija kvadrata

Teza ovog rada jeste da je odnos između kvadrata i heksagona eksplikativne, a ne samo ekstenzivne prirode. Razlika između ta dva pojma je bitna i zaslužuje pažljivo razmatranje. Ekstenzija bi značila da heksagon dodaje nešto novo što u kvadratu uopće ne postoji, tj. da proširuje teritorij. Eksplikacija, nasuprot tome, znači da heksagon čini eksplicitnim ono što je u kvadratu implicitno operativno, da razlaže ono što kvadrat pretpostavlja, ali ne imenuje. Argument za eksplikativno čitanje razvija se na sljedeći način.[32]

Kvadrat registrira da su A i E kontrarni: mogu biti istovremeno lažni. Ali sam ne opisuje šta se događa u situaciji kada obje univerzalne tvrdnje padnu. Ta situacija jeste logički realna. Upravo je to situacija u kojoj „neki jesu i neki nisu“ (Y). Kvadrat tu situaciju pretpostavlja kao mogućnost (jer dopušta da A i E budu istovremeno lažni), ali je ne imenuje. Heksagon je imenuje: Y.

Analogno, kvadrat registrira da su I i O subkontrarni: mogu biti istovremeno istiniti, ali sam ne precizira šta se događa u situaciji kada obje partikularne tvrdnje stoje. Ta situacija jeste logički realna, upravo je to situacija u kojoj „ili sve jeste ili ništa nije“ (U). Kvadrat tu situaciju pretpostavlja kao kompatibilnu s vlastitom strukturom, ali je ne imenuje. Heksagon je imenuje: U.

Y i U, dakle, jesu logičke pozicije koje su konstitutivne za cjelokupnu mrežu opozicija unutar kvadrata. Bez Y ne znamo kako eksplicitno precizirati situaciju u kojoj obje kontrarne tvrdnje padnu. Bez U ne znamo kako eksplicitno precizirati situaciju u kojoj obje subkontrarne tvrdnje stoje. Heksagon te situacije prikazuje i time zatvara opozicijsku strukturu.

[31]Béziau, J.-Y. (2012), str. 20.
[32]Pojam eksplikacije ovdje se koristi u smislu koji je blizak Carnapovom određenju iz *Logical Foundations of Probability* (1950), gdje eksplikacija označava postupak zamjene nepreciznog ili implicitnog pojma (*explicandum*) preciznijim i ekspliciranim pojmom (*explicatum*), pri čemu *explicatum* nije novi pojam koji se dodaje izvana, već pojmovno razjašnjenje onoga što je u *explicandumu* već sadržano. Usp. Carnap, R. (1950) *Logical Foundations of Probability*. Chicago: University of Chicago Press, str. 3–8.

Aristotel je naslućivao da univerzalne propozicije ostavljaju nešto nedorečenim, ističući da je kod svake tvrdnje koja se univerzalno iznosi nužno usmjeriti proturječnost prema univerzalnom terminu.[33] Seuren ukazuje:

> „Kao student u Platonovoj Akademiji, Aristotel je otkrio formalno-računski aspekt činjenice da dvije rečenice (propozicije) P i Q mogu biti kontrarne (što se piše kao P >< Q, tada P ⊢ ¬Q i Q ⊢ ¬P, i obrnuto, ako P ⊢ ¬Q ili Q ⊢ ¬P tada P >< Q (‚¬ 'stoji za standardnu dvovalentnu propozicijsku negaciju za koju se široko vjeruje da odgovara riječi *ne* u jeziku). Također je otkrio da je rečenična negacija (‚nije istina da...', pisana kao ‚¬') jedini pouzdani kreator relacije kontradikcije (ako je P istinito, ¬P je lažno, i obrnuto). Prema principu stroge dvovalencije, dvostruka rečenična negacija se poništava: za bilo koju propoziciju P, ¬¬P je ekvivalentno sa P (pisano kao ‚¬¬P ≡ P')."[34]

Béziau prepoznaje dva načina na koja se heksagon može proizvesti: polazeći od trokuta kontrarnosti (tri kontrarna pojma generiraju heksagon dodavanjem njihovih kontradiktornih parova) ili polazeći od implikacije (jedna implikacija p→q generira čitav heksagon). Ta dvostruka generativnost implicira da heksagonalna struktura nije *ad hoc* konstrukcija, već nužni rezultat logičkih odnosa.[35]

Kvantitativna razlika između kvadrata i heksagona (četiri vrha i šest relacija naspram šest vrhova i petnaest relacija) jeste vidljiva, ali sekundarna. Kvalitativna razlika je primarna: heksagon eksplicira dimenziju opozicijske strukture koju kvadrat konstitutivno pretpostavlja, ali ostavlja nerazjašnjenom. Moretti primjećuje da je upravo ta eksplikativna moć ono što heksagonu daje privilegiran status, ističući da je relativno jednostavno otkriti novi logički heksagon. Potrebno je samo imati bilo koja dva kontrarna pojma ili jednu implikaciju.[36]

Logička geometrija

Heksagon opozicije je minimalna struktura koja eksplicira cjelokupnu mrežu opozicijskih relacija između logičkih iskaza. Međutim, postavlja se pitanje: je li on ujedno

[33]Aristotel (2008), str. 222–223.
[34]Seuren, P. A. M. (2007) *The Victorious Square: A Study of Natural Predicate Logic*. Radna verzija, str. 7.
[35]Béziau, J.-Y. (bez godine), Prezentacija, slajdovi 74 i 83.
[36]Moretti, A. (2012), str. 93.

i maksimalna takva struktura? Odgovor na to pitanje otvara čitavo jedno polje istraživanja koje se posljednjih dvadeset godina etabliralo pod nazivom logičke geometrije.

Moretti i Pellissier su pokazali da logički kvadrat i heksagon pripadaju regularnoj seriji *n*-dimenzionalnih objekata nazvanih logičkim bisimpleksima dimenzije *n*. Logički kvadrat je bisimpleks dimenzije 1 (produkt dva segmenta). Logički heksagon jeste bisimpleks dimenzije 2 (produkt dva trokuta, trokut kontrarnosti i trokut subkontrarnosti). Logički kub je, prema tome, bisimpleks dimenzije 3 i tako dalje u beskonačnu seriju.[37]

Moretti eksplicitno identificira privilegirani status heksagona unutar te serije, naglašavajući da je logički heksagon jedina opozicijska figura koja ima neobičnu privilegiju da pripada objema serijama opozicijskih struktura, i seriji α*n*-struktura i seriji β*n*-struktura istovremeno.[38]

Filozofski značaj trihotomije kao strukturalnog principa može se osvijetliti kroz kontrast između Kantove i Blanchéove pozicije. Béziau podsjeća da Kant tvrdi da je samo dihotomija *a priori*, dok je politomija *a posteriori* i empirijska. Blanché upravo tu tezu osporava: trihotomija jeste *a priori* jer proizlazi iz same logičke strukture opozicija. Heksagon, koji kombinira dva trokuta, predstavlja geometrijsku demonstraciju te teze. Trihotomija je nužni rezultat zatvaranja opozicijske strukture.[39]

Važan doprinos razvoju logičke geometrije dali su Hans Smessaert i Lorenz Demey, koji su uspostavili sistematsku tipologiju opozicijskih figura. Smessaert je 2012. godine predložio razlikovanje između klasičnog heksagona i modernog dualno determiniranog heksagona, čime je pokazao da ista geometrijska figura može biti korisna za različite logičke strukture, ovisno o tome kako se relacije dodjeljuju stranicama i dijagonalama.[40]

Demey i Smessaert su razvili koncept logičke geometrije kao formalnog okvira za klasifikaciju svih opozicijskih dijagrama, uvodeći pojam Aristotelovog dijagrama i predlažući mjere za uspoređivanje informacijskog sadržaja različitih opozicijskih struktura. Njihov rad omogućava precizno razlikovanje između dijagrama koji

[37]Pellissier, R. (2008) 'Setting' n-Opposition. *Logica Universalis*, 2 (2), str. 235–263.
[38]Moretti, A. (2012), str. 87.
[39]Béziau, J.-Y. (bez godine), Prezentacija, slajd 57.
[40]Smessaert, H. (2012) The Classical Aristotelian Hexagon versus the Modern Duality Hexagon. *Logica Universalis*, 6 (1–2), str. 171–199.

pojašnjavaju iste logičke odnose u različitim geometrijskim konfiguracijama i dijagrama koji rasvjetljuju stvarno različite opozicijske mreže.[41]

Luzeaux, Sallantin i Dartnell su 2008. godine ponudili logička proširenja Aristotelovog kvadrata koristeći algebarske metode, čime su pokazali da se opozicijske strukture mogu generalizirati ne samo geometrijski već i algebarski, primjenom Booleovih i De Morganovih algebri na klasifikaciju logičkih odnosa.[42]

Kongres „The Square of Opposition“, čiji je organizator Jean-Yves Béziau i koji se od 2007. godine redovno održava u različitim gradovima (Montreux, Corte, Beirut, Vatikan, Easter Island), predstavlja institucionalni okvir unutar kojeg se logička geometrija razvija kao koherentan istraživački program. Ti kongresi okupljaju logičare, filozofe, lingviste i informatičare oko zajedničkog pitanja: na koji način geometrijske strukture rasvjetljavaju logičke odnose i koliko daleko ta eksplikacija može ići?

Otvorena pitanja koja logička geometrija postavlja prelaze okvir ovog članka, ali zaslužuju nabrajanje. Da li postoje konteksti u kojima je heksagon nedovoljan, jednako kao što je kvadrat nedovoljan za rasvjetljavanje Y i U? Parakonsistentna logika, kao i polivalentne logike te određeni epistemološki okviri i logička okruženja, jesu konteksti u kojima se potreba za generalizacijom već pokazala. Geometrijska priroda heksagona nudi prozor u beskonačnu seriju složenijih oblika, a sam heksagon je tek jedna tačka na tom putu.

Zaključna razmatranja

Analiza provedena u ovom radu nastojala je pokazati da je logički heksagon suštinska eksplikacija logičkog kvadrata. Kvadrat opozicije, koji ostaje jedno od najdugotrajnijih i najplodnijih dostignuća formalne logike (u svom formalnom, propedeutičkom i pedagoškom smislu), postavlja četiri temeljne relacije između logičkih iskaza: kontradikciju, kontrarnost, subkontrarnost i subalternaciju. Kvadrat ne eksplicira dvije logički konstitutivne situacije: situaciju u kojoj obje kontrarne tvrdnje padnu i situaciju u kojoj obje subkontrarne tvrdnje stoje. Heksagon te praznine ne popunjava

[41]Demey, L. i Smessaert, H., istraživački program logičke geometrije; vidi posebno radove objavljene u časopisu *Logica Universalis*, 6 (1–2), 2012.
[42]Luzeaux, D., Sallantin, J. i Dartnell, C. (2008) Logical Extensions of Aristotle's Square. *Logica Universalis*, 2 (1), str. 167–187.

izvana, već iznutra: eksplikacijom onoga što je u samom kvadratu već implicitno operativno.

Uvođenje vrhova Y i U nije, prema tome, proširenje logičkog teritorija, nego pojmovno razjašnjenje unutrašnje strukture kvadrata. Y (konjunkcija partikularnih iskaza) imenuje ono što kvadrat dopušta, ali ne izražava: istovremenu istinitost i pozitivnih i negativnih partikularnih slučajeva. U (disjunkcija univerzalnih iskaza) imenuje ono što kvadrat pretpostavlja, ali ne eksplicira: činjenicu da jedna ili druga univerzalna tvrdnja mora stajati kada se napusti prostor kontingentnosti. Tek s ta dva vrha opozicijska struktura se zatvara logički i geometrijski.

Činjenica da se identična heksagonalna geometrija pojavljuje u kvantifikacijskoj, modalnoj, deontičkoj i metalogičkoj interpretaciji potvrđuje da heksagon izlaže formu opozicije kao takve. On nije vezan za jedan logički domen, već prikazuje strukturu koja je zajednička svim domenima u kojima se pojavljuju odnosi nužnosti i mogućnosti, univerzalnosti i partikularnosti, obavezujućeg i dopuštenog. Taj rezultat govori u prilog tezi da je heksagon minimalna potpuna struktura za eksponiranje opozicijskih relacija.

Istovremeno, rad Morettija, Pellissiera, Smessaerta i Demeyja pokazao je da heksagon pripada beskonačnoj seriji *n*-dimenzionalnih opozicijskih objekata, logičkih bisimpleksa, te da zauzima privilegiranu poziciju unutar te serije kao jedina figura koja pripada objema temeljnim serijama opozicijskih struktura. To znači da heksagon, premda minimalno potpun, nije maksimalna opozicijska figura: složeniji logički konteksti mogu zahtijevati složenije geometrijske eksplanatorne ekvivalente. No upravo ta činjenica potvrđuje, a ne potkopava privilegirani status heksagona. On je tačka na kojoj objašnjenje kvadrata doseže svoju formulaciju i od koje polazi svaka dalja generalizacija.

Ovaj rad, koji je, koliko je autoru poznato, prvi na BHS jezičkom području posvećen logičkom heksagonu, ne pretendira na iscrpnost. Njegova ambicija bila je skromnija, ali, nadamo se, dovoljno jasna: pokazati da se heksagon može razumjeti kao artikulacija onoga što kvadrat sam iz sebe zahtijeva. Perspektive koje se iz toga otvaraju, primjena heksagonalne strukture na epistemološke, argumentacijske i normativne pojmove, ostaju zadatak budućeg istraživanja.

Literatura

Aristotel (2008) *Organon*. Prevod. Zagreb: Demetra.

Béziau, J.-Y. (2012) The Power of the Hexagon. *Logica Universalis*, 6 (1–2), str. 1–43.

Béziau, J.-Y. (bez godine) *The Power of the Hexagon*. Prezentacija. Brazilian Science Foundation / CNPq – FUNCAP – UFC.

Blanché, R. (1953) Sur l'opposition des concepts. *Theoria*, 19, str. 89–130.

Blanché, R. (1966) *Structures intellectuelles: Essai sur l'organisation systématique des concepts*. Paris: Vrin.

Blanché, R. (1970) *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*. Paris: Armand Colin.

Carnap, R. (1950) *Logical Foundations of Probability*. Chicago: University of Chicago Press.

Kovač, S. (2004) *Logika*. Zagreb: Hrvatska sveučilišna naklada.

Luzeaux, D., Sallantin, J. i Dartnell, C. (2008) Logical Extensions of Aristotle's Square. *Logica Universalis*, 2 (1), str. 167–187.

Moretti, A. (2009) *The Geometry of Logical Opposition*. Doktorska disertacija. Neuchâtel: University of Neuchâtel.

Moretti, A. (2012) Why the Logical Hexagon? *Logica Universalis*, 6 (1–2), str. 69–107.

Pellissier, R. (2008) 'Setting' n-Opposition. *Logica Universalis*, 2 (2), str. 235–263.

Sesmat, A. (1951) *Logique II: Les raisonnements, la logistique*. Paris: Hermann.

Seuren, P. A. M. (2007) *The Victorious Square: A Study of Natural Predicate Logic*. Radna verzija.

Smessaert, H. (2012) The Classical Aristotelian Hexagon versus the Modern Duality Hexagon. *Logica Universalis*, 6 (1–2), str. 171–199.